

Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética:

Manejo de las habilidades tempranas de conocimientos básicos de aritmética

Octubre de 2014

WaKIDS

Washington
Kindergarten Inventory
of Developing Skills



AESD ASSOCIATION OF
EDUCATIONAL
SERVICE DISTRICTS

Nine ESDs. One Network.
Supporting Washington's Schools and Communities.

Itinerarios de Aprendizaje de Conocimientos Básicos de Aritmética

Manejo de las Habilidades Tempranas de Conocimientos Básicos de Aritmética

¿Por qué creamos este documento? El término “conocimientos básicos de aritmética” se refiere a todas las matemáticas que los estudiantes jóvenes aprenden, tal como números, operaciones y geometría y conceptos de medición. El presente documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética* fue creado por la Oficina de Superintendencia de Enseñanza Pública (OSPI, por sus siglas en inglés), principalmente como una herramienta para ayudar a los profesores y padres a entender la importancia del avance en el desarrollo de las habilidades en conocimientos básicos de aritmética en niños. Saber cómo los niños avanzan en su desarrollo temprano de los conceptos sobre conocimientos básicos de aritmética ayuda a los profesores y padres a seleccionar y usar las actividades que **intencionalmente** formarán las habilidades de dichos conocimientos en los niños. Formar estas habilidades es fundamental para los niños a medida que avanzan en su estudio de las matemáticas.

El presente documento tiene el objetivo de facilitar los debates relacionados con los itinerarios de avance e indicar el grupo de conceptos que pueden desarrollarse en niños pequeños. Un estudio de los documentos de recursos realizado en una comunidad de aprendizaje profesional (consulte la página 10) y utilizado para crear estos itinerarios sería una forma recomendada de profundizar la comprensión de cada itinerario. Un profesor informado podría usar el presente documento como una referencia rápida para guiar el aprendizaje de los niños hacia un itinerario específico. Determinar los próximos pasos en el aprendizaje y demás tareas educativas asociadas para lograr ese aprendizaje haría avanzar a los niños junto a un itinerario específico.

¿Por qué el dominio de conceptos matemáticos es fundamental a una edad temprana? Investigaciones han demostrado que los niños son capaces de aprender conceptos matemáticos a una edad mucho más temprana de la que se ha reconocido anteriormente. Un estudio también indicó que al controlar el CI, los ingresos familiares, el género, el temperamento, el tipo de experiencia educativa previa y si los niños provenían de familias monoparentales o biparentales, **el dominio de conceptos matemáticos tempranos al entrar a la escuela fue el mayor indicador de éxito académico a futuro.**¹ En 2012, en el estado de Washington se comenzaron a recopilar datos basados en la observación a través del Inventario de Aptitudes de Desarrollo para Preescolares de Washington (WaKIDS, por sus siglas en inglés) sobre conceptos matemáticos tempranos en grandes cohortes de estudiantes de preescolar durante los primeros meses desde su ingreso a la escuela. Los resultados demostraron que muchos niños del estado de Washington ingresan a preescolar con habilidades limitadas en matemáticas. Con este conocimiento, hubo una necesidad cada vez mayor por parte de la OSPI de desarrollar formas para ayudar a los profesores y padres a mejorar las habilidades matemáticas de los preescolares.

¿Cómo se relaciona el presente documento con los Estándares Estatales Básicos Comunes (CCSS, por sus siglas en inglés)? El documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética* se escribió usando los títulos de las materias de los CCSS (por ejemplo, conteo y cardinalidad, operaciones y pensamiento algebraico, etc.). Esto se realizó para demostrar que los conceptos fundamentales que corroboran los estándares básicos comunes de preescolar y niveles superiores pueden aprenderse a una edad temprana. Mientras que el documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética* brinda algunas referencias clave para un intervalo etario determinado, existen etapas intermedias entre estas referencias. Estas etapas intermedias se describen con más profundidad en los recursos utilizados para desarrollar los itinerarios (consulte la página 10). Además, los itinerarios del presente documento están basados directamente en los CCSS desde preescolar hasta tercero de primaria. Los CCSS se crearon a partir de los avances en el aprendizaje que pueden encontrarse en <http://ime.math.arizona.edu/progressions/>. La OSPI considera que estos avances exigieron una lectura por parte de los profesores en cada nivel de primaria.

Cabe mencionar que aunque el documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética* se divide en materias de matemáticas, estas se entrecruzan bastante. Este modelo lineal no representa exactamente las conexiones o la coherencia encontradas entre las materias. Leer los recursos indicados y los avances de los CCSS ayudará a los profesores a hacer estas conexiones.

¿Cómo se relaciona el presente documento con el uso de las Pautas de Aprendizaje Temprano y el WaKIDS de *Teaching Strategies GOLD*®? El documento *Washington State Early Learning and Development Guidelines: Birth through 3rd Grade 2012 (ELG)* se incorporó al documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética*. En la sección 6 del documento de ELG, *Aprendizaje sobre mi Mundo*, hay lineamientos de matemáticas y otras actividades relacionadas. Estas pautas pueden observarse en el documento *Itinerarios* en la columna titulada ELG. El grupo etario donde se encuentran se indica en esta misma columna. Asimismo, los avances en el desarrollo de la herramienta de evaluación usada por el WaKIDS, *Teaching Strategies GOLD*®, se incorporan en la columna titulada TSG. La letra siguiente al número de objetivo (20-22) corresponde a la primera letra de cada grupo de colores de *Teaching Strategies GOLD*® (por ejemplo, P = púrpura, B = azul, etc.). Lo que vincula estas tres referencias (*Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética*, *Pautas de Aprendizaje Temprano y Desarrollo* y *Teaching Strategies GOLD*®) y lo que es importante que entiendan los profesores y padres es que existe un avance en el aprendizaje que los niños pueden seguir en su desarrollo de conceptos básicos de aritmética si los exponemos **intencionalmente** a actividades que formen dichos conceptos en ellos.

Los avances en el desarrollo son una guía, no algo absoluto. Aunque los recursos usados en el presente documento acuerdan que existe un avance en el aprendizaje de conceptos tempranos básicos de aritmética, el periodo en el cual puede desarrollarse un concepto específico difiere un poco entre los recursos. Debe comprenderse que el documento *Itinerarios de aprendizaje de conocimientos básicos de aritmética* no está previsto para ser definitivo en cuanto a la edad en la cual pueden desarrollarse estos conceptos y, por lo tanto, puede haber discrepancias entre los documentos. El avance general debe ser lo que se considera y no necesariamente la edad determinada. Los niños desarrollan su conocimiento cognitivo a diferentes ritmos y los intervalos de edad sugeridos son solo eso.

Esperamos que este documento *Itinerarios* sea el comienzo de un debate y luego, un movimiento para ayudar a los niños a desarrollar su interés y capacidad de aprender matemáticas con significado en sus primeros años.

¹ "School Readiness and Later Achievement", Greg J. Duncan, PhD, Amy Claessens, PhD, Mimi Engel, Northwestern University; Chantelle J. Dowsett, PhD, and Aletha C. Huston, PhD, University of Texas-Austin; Katherine Magnuson, PhD, University of Wisconsin-Madison; Pamela Klebanov, PhD, Princeton University, Linda S. Pagani, PhD, Université de Montreal; Leon Feinstein, PhD, and Kathryn Duckworth, University of London; Jeanne Brooks-Gunn, PhD, Columbia University; Holly Sexton, University of Michigan; Crista Japel, Université de Québec a Montreal; *Developmental Psychology*, Vol. 43, No. 6 Press, Washington, DC.

2014. Desarrollado por Julie Wagner en coordinación con el Departamento de Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas en la OSPI. Si tiene dudas, comuníquese con Julie a la dirección julie.wagner@k12.wa.us o llame al teléfono 360-725-6235. La OSPI desea agradecer a Douglas Clements, Ph.D., Universidad de Denver, por revisar la versión preliminar del presente documento.

Itinerarios de aprendizaje de conteo y cardinalidad

Conteo y cardinalidad									
	Conteo	ELG	GOLD™	Cálculo perceptual y Operaciones tempranas	ELG	GOLD™	Comparar y ordenar	ELG	GOLD™
0-36 meses	<ul style="list-style-type: none"> Imitan contando de memoria usando algunos nombres y números. Cuentan verbalmente hasta el 5; pueden equivocarse después de este número. Cuentan verbalmente hasta el 10. Mantienen una correspondencia de 1-1 para 5 o menos objetos en una línea. Además, pueden contar rápidamente al final si conocen más números que objetos o utilizan palabras si la cantidad de 	9-18 m	20a OY	<ul style="list-style-type: none"> Demuestran entender los conceptos de <i>uno</i>, <i>dos</i> y <i>más</i>. Reconocen y nombran el número de elementos en un grupo de dos o tres. Suman y restan grupos muy pequeños (hasta 3) de forma no verbal. 3 	16-36 m	20b OY 20b GB 20b GB	<ul style="list-style-type: none"> Entienden la idea de “más” relacionada con alimentos o juegos. Ponen los objetos de 1 en 1 o de 1 a muchos en una correspondencia provocada. 3 Conocen más o menos grupos muy pequeños de elementos o con grandes diferencias en la cantidad de elementos. Usan palabras de comparación. Comparan grupos de 1-4 elementos que conforman de los mismos 	9-18 m 16-36 m	20b OY 22 OYG
3-4 años	<ul style="list-style-type: none"> Cuentan verbalmente hasta 10 o más. Entienden la cardinalidad en el conteo para al menos 5 objetos. Cuentan hasta 5 objetos. 	3-4 años 3-4 años	20a YG 20b GB 20a YG	<ul style="list-style-type: none"> Reconocen y nombran instantáneamente el número de elementos en un grupo de tres o cuatro. Hacen un pequeño grupo con el mismo número de otro grupo. 	3-4 años	20b GB	<ul style="list-style-type: none"> Usan gestos o palabras para hacer comparaciones. Comparan grupos de 1-5 haciendo correspondencias o contando cuando los objetos de cada grupo son casi del mismo tamaño. Cuentan con exactitud dos grupos iguales pero, cuando se les pregunta, dicen que algunos de los grupos 	3-4 años	22 GB
4-5 años	<ul style="list-style-type: none"> Cuentan verbalmente hasta 20 o más. Cuentan con exactitud 10-20 objetos. Indican el siguiente número en una secuencia (1-10). Cuentan hasta 10 objetos. Identifican números del 1-10. Escriben algunos números y los relacionan con objetos contados. 	4-5 años años 4- 5 años 4-5 años 4-5 años	20a BP 20a BP 20a BP 20c BP 20c BP	<ul style="list-style-type: none"> Reconocen y nombran instantáneamente el número de elementos en un grupo de cinco. Hacen un grupo con el mismo número de otro grupo. Nombran rápidamente partes de un todo hasta 5, 	4-5 años	20b GB	<ul style="list-style-type: none"> Utilizan un lenguaje comparativo (<i>más</i>, <i>menos</i> o <i>lo mismo</i>) para comparar grupos de hasta 10 contando, incluso cuando el grupo con la mayor cantidad de objetos se conforma de objetos más pequeños. Ordenan de tres a seis objetos según un atributo. 	4-5 años 4-5 años	20b BP 22 GB
5 años- preescolar	<ul style="list-style-type: none"> Cuentan verbalmente hasta 100 en unidades y decenas.* Cuentan hacia adelante a partir de un número dado.* Escriben y representan números hasta 20 y más. Cuentan hasta decir “¿Cuánto?” hasta al menos 20.* Cuentan objetos hasta 20.* 	5 años- preescolar 5 años- preescolar 5 años- preescolar	20a P 20a P 20c P 20a P	<ul style="list-style-type: none"> Reconocen y nombran el número de elementos en un grupo de hasta cinco o más. Hacen cálculos perceptuales hasta 10 y usan esta habilidad para componer y descomponer números y realizar operaciones. 	5 años- preescolar	20b BP	<ul style="list-style-type: none"> Muestran situaciones de comparación con objetos o en un dibujo y hacen correspondencias o cuentan para saber cuál es más y cuál es menos con relación a dos números menores o iguales a 10. Comparan el número de objetos en grupos con estrategias de correspondencia o conteo.* Comparan dos números 	5 años- preescolar	

Conteo y cardinalidad

	Conteo	ELG	GOLD™	Cálculo perceptual y	ELG	GOLD™	Comparar y ordenar	ELG	GOLD™
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Cuentan hasta 120 comenzando en cualquier número.* Leen y escriben números hasta 120.* Representan una cantidad de objetos 	Prime ro de prima ria G		<ul style="list-style-type: none"> Utilizan el cálculo perceptual de conceptos para componer y descomponer números, así como para entender el 			<ul style="list-style-type: none"> Determinan “cuántos más” o “cuántos menos” mediante la suma o resta al comparar situaciones. 		

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b) 3 = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de números y decimales

Números y operaciones en decimales y fracciones									
	Valor posicional	ELG	GOLD™	Valor posicional y	ELG	GOLD™	Fracciones	ELG	GOLD™
Preescolar	<ul style="list-style-type: none"> Componen y descomponen números del 11 al 19 en decenas y unidades.* 								
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Entienden que los números de dos dígitos representan cantidades de decenas y unidades.* Comparan números de dos dígitos según los significados de decenas y unidades usando $>$, $<$ e $=$.* 	Primer o de primaria a G		<ul style="list-style-type: none"> Suman hasta 100, lo cual incluye sumar un número de dos dígitos y un número de un dígito, así como un número de dos dígitos y un múltiplo de 10.* Determinan que 10 es mayor o menor que un número y 	Primer o de primaria a G		<ul style="list-style-type: none"> Dividen círculos y rectángulos en dos y cuatro partes iguales describiendo el entero y las partes según el número de partes.* Entienden que descomponer en más partes crea partes más pequeñas.* (Encontrado en dentro de la materia Geometría) 	Primer o de primaria a G	
Segundo de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Entienden el valor posicional de números de tres dígitos.* Cuentan hasta 1000; cuentan de 5 en 5, 10 en 10 y 100 en 100.* Leen y escriben números hasta 1000.* Comparan dos números de tres dígitos según los significados de centenas, 	Segundo de primaria a G		<ul style="list-style-type: none"> Suman y restan con facilidad hasta 100 usando estrategias.* Suman y restan hasta 1000 usando modelos concretos.* Suman y restan mentalmente 10 ó 100 de un número determinado entre 100 y 900.* Explican por qué funcionan las estrategias de suma y resta.* 	Segundo de primaria a G		<ul style="list-style-type: none"> Reconocen que las partes iguales de enteros idénticos no necesitan tener la misma forma.* Dividen círculos y rectángulos en dos, tres o cuatro partes iguales y los nombran.* (Encontrado dentro de la materia Geometría) 		
Tercero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Utilizan el valor posicional para redondear números enteros a 10 ó 100.* 			<ul style="list-style-type: none"> Suman y restan hasta 1000 con facilidad.* Multiplican números de un dígito por múltiplos de 10, del 10 al 90.* 	Tercero de primaria a G		<ul style="list-style-type: none"> Desarrollan la comprensión de las fracciones como números en una recta numérica.* Entienden las fracciones unitarias.* Entienden, reconocen y generan fracciones equivalentes simples.* Comparan dos fracciones con el mismo numerador o denominador.* Reconocen que las comparaciones solo son válidas cuando se refieren al mismo entero.* Dividen formas en partes con un área equivalente y expresan cada parte como una fracción 	Tercero de primaria a G	

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b) ₃ = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de operaciones y pensamiento algebraico

Operaciones y pensamiento algebraico						
	Operaciones	ELG	GOLD™	Pensamiento algebraico	ELG	GOLD™
0-36 meses	<ul style="list-style-type: none"> Usan gestos para pedir más. Entienden lo que es tener más o menos. 	9-18 m	20b O			
3-4 años	<ul style="list-style-type: none"> Saben que un entero es mayor que sus partes. Encuentran la suma total de grupos pequeños de elementos. Combinan y separan hasta cinco objetos y describen las partes. 	3-4 años 3-4 años	20b GB	<ul style="list-style-type: none"> Entienden de forma intuitiva que cuando suman dos números no importa qué número “viene primero”. ₃ 		
4-5 años	<ul style="list-style-type: none"> Encuentran resultados para sumar y restar usando objetos concretos y contándolos todos. 	4-5 años	20b GB	<ul style="list-style-type: none"> Entienden de forma intuitiva que cuando suman tres números no importa cuáles dos sumaron primero. ₃ 		
5 años-Preescolar	<ul style="list-style-type: none"> Utilizan estrategias de conteo para encontrar resultados. Suman y restan con facilidad hasta el 5.* Representan la suma y resta hasta el 10 con objetos.* Hacen grupos de 6-10 objetos y describen las partes identificando cuál parte tiene más, menos o lo 	5 años-preescolar 5 años-preescolar	20b BP 20b BP	<ul style="list-style-type: none"> Hacen generalizaciones algebraicas (restarle cero a cualquier número da ese número, o restar un número a sí mismo da cero) con orientación. ₃ 		
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Representan y resuelven todas las situaciones de suma y resta (incógnita en el resultado, en el cambio o al inicio) hasta el 20.* Suman y restan hasta el 20 usando diversas estrategias informales e intuitivas y pueden describir las estrategias usadas.* Demuestran fluidez hasta el 10.* Trabajan con ecuaciones de suma y resta con la 	Primero de primaria G Primero de primaria G	20b P	<ul style="list-style-type: none"> Entienden y aplican las propiedades de operaciones y la relación entre suma y resta.* Con orientación, hacen generalizaciones algebraicas, tales como que cualquier número sumado a y restado de x es igual a x. ₃ 		
Segundo de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Resuelven problemas de uno y dos pasos hasta el 100 con incógnitas en cualquier situación y subtipo.* Describen su pensamiento al resolver un problema. Suman y restan hasta el 20 y lo saben con certeza al final del 	Segundo de primaria G Segund		<ul style="list-style-type: none"> Trabajan con grupos iguales de objetos con el fin de tener bases para la multiplicación.* 		
Tercero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Representan y resuelven problemas que incluyen multiplicación y división.* Multiplican y dividen hasta 100.* Multiplican un solo dígito por un múltiplo de 10.* Resuelven problemas que incluyen las cuatro operaciones.* 	Tercero de prim		<ul style="list-style-type: none"> Entienden las propiedades de la multiplicación y la relación entre multiplicación y división.* Identifican y explican patrones en aritmética.* 		

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b) ₃ = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de medición y datos (medición)

Medición y datos						
	Medición	ELG	GOLD™	Medición geométrica	ELG	GOLD™
0-36 meses	<ul style="list-style-type: none"> • Prestan atención a la apariencia general de tamaño clasificándolo como grande o chico. 	9-18 m	22 OYG	<ul style="list-style-type: none"> • Manipulan formas individualmente pero no las combinan para componer una forma más grande. 		
3-4 años	<ul style="list-style-type: none"> • Comparan el tamaño (mediante la vista y tacto) con manos, pies, etc. • Comparan y ordenan un grupo pequeño de objetos según sea adecuado conforme al tamaño, la longitud, el peso, el área y el volumen. • Conocen la secuencia usual de eventos diarios básicos. 	3-4 años 3-4 años	22 GB 22 GB 22 GB	<ul style="list-style-type: none"> • Arman rompecabezas de bloques de patrón simple mediante ensayo y error.₃ 		
4-5 años	<ul style="list-style-type: none"> • Alinean físicamente dos objetos para determinar cuál es más grande o si son del mismo tamaño.₃ • Pueden ser capaces de medir con regla, pero no entienden o no tienen habilidades.₃ 	4-5 años	22 BP	<ul style="list-style-type: none"> • Ponen varias formas juntas para hacer una parte de una imagen.₃ 		
5 años- preescolar	<ul style="list-style-type: none"> • Describen atributos medibles de objetos.* • Comparan directamente dos objetos.* • Usan números ordinales de <i>primero</i> a <i>décimo</i>.₃ • Usan palabras de medición y algunas herramientas de medición estándar de forma precisa. 		22 P 22 P	<ul style="list-style-type: none"> • Analizan y comparan formas bidimensionales y tridimensionales de diferentes tamaños y orientaciones.* • Modelan formas creándolas a partir de componentes.* • Componen formas simples para hacer formas más grandes.* 		21b BP 21b P 21b P
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Miden longitudes indirectamente y repitiendo unidades de longitud sin lagunas o redundancias.* • Dicen y escriben el tiempo en horas y medias horas.* 	Primero de primaria G		<ul style="list-style-type: none"> • Componen formas bidimensionales y tridimensionales para crear una forma compuesta.* 	Primero de primaria G	
Segundo de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Miden y estiman longitudes en unidades estándar.* • Relacionan la suma y resta con la longitud y la recta numérica.* • Dicen la hora a los 5 minutos más cercanos.* • Resuelven problemas que incluyen dinero.* • Reconocen que las comparaciones son válidas solo cuando se refieren a la misma unidad.* 	Segundo de primaria G Segundo de primaria G		<ul style="list-style-type: none"> • Dividen un rectángulo en filas y columnas de cuadrados del mismo tamaño y cuentan para hallar el total.* 		
Tercero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Dicen y escriben la hora al minuto más cercano y miden los intervalos de tiempo.* • Resuelven problemas de intervalos de tiempo de suma y resta en una recta numérica.* • Miden y estiman volúmenes de líquido y masas de objetos usando gramos, kilogramos y litros.* • Resuelven problemas de todos los tipos que incluyen medición.* 			<ul style="list-style-type: none"> • Entienden conceptos de área y la relacionan con la multiplicación y la suma.* • Reconocen el perímetro como un atributo de figuras planas y resuelven problemas de área y perímetro.* 	Tercero de primaria	

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b)₃ = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de medición y datos (datos)

Medición y datos						
	Datos categóricos	ELG	GOLD™	Datos de medición	ELG	GOLD™
3-4 años	<ul style="list-style-type: none"> Ordenan o describen objetos según un atributo no geométrico (tamaño o color) o la forma. 	3-4 años	13 GB			
4-5 años	<ul style="list-style-type: none"> Ordenan objetos según un atributo. 	4-5 años	13 GB			
5 años- preescolar	<ul style="list-style-type: none"> Ordenan y clasifican objetos en más de una categoría y cuentan la cantidad en cada una.* Reordenan objetos en nuevas categorías. 3 	5 años- preescolar	13 BP			
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Organizan, representan e interpretan datos con hasta tres categorías.* 		13 P			
Segundo de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Dibujan una gráfica de barras o imágenes y responden preguntas relacionadas con estas.* 			<ul style="list-style-type: none"> Generan datos de medición midiendo la longitud en la unidad de números enteros más cercana.* Muestran las mediciones de longitud en un diagrama lineal marcado con unidades de números enteros, y lo relacionan con la representación de números enteros. 		
Tercero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> Dibujan una imagen a escala y una gráfica de barras para representar un conjunto de datos, y resuelven problemas.* 			<ul style="list-style-type: none"> Generan datos midiendo las longitudes marcadas con números enteros, mitades y cuartos y lo muestran en un diagrama lineal, lo cual relacionan con la representación de fracciones en una recta. 		

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b) 3 = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de geometría

Geometría						
	Formas	ELG	GOLD™	Relaciones espaciales y estructuración	ELG	GOLD™
0-36 meses	<ul style="list-style-type: none"> • Encajan objetos, como rompecabezas sencillos y tazones graduados. • Combinan formas conocidas (círculo, cuadrado o triángulo típico) con el mismo tamaño y orientación. • Reconocen y nombran círculos y cuadrados y, tal vez, triángulos. • Combinan formas girándolas según el prototipo. • Juzgan las formas del mismo modo que si fueran más 	9-18 m 16-36 m 16-36 m 16-36 m	13 OY 21b OY 21b G	<ul style="list-style-type: none"> • Siguen instrucciones simples relacionadas con la posición (<i>en, sobre, arriba, abajo, etc.</i>). 	9-18 m 16-36 m	20a OY
3-4 años	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen más formas en el mundo real, formas menos típicas de triángulos y algunos rectángulos con el mismo tamaño y orientación. 	3-4 años	21b BP	<ul style="list-style-type: none"> • Siguen instrucciones simples relacionadas con la proximidad (<i>detrás, debajo, junto a, cerca de, entre, etc.</i>). 	3-4 años	21a YG
4-5 años	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen y comparan las formas más familiares y ejemplos típicos de otras formas, como cubos y esferas. • Componen formas simples para hacer formas más grandes. • Nombran al menos algunas formas tridimensionales. • Reconocen catetos y ángulos como objetos geométricos distintos. 		21b BP 21b BP	<ul style="list-style-type: none"> • Identifican posiciones de objetos en un espacio usando palabras como <i>junto a, dentro de, cerca de, arriba, abajo, etc.</i> • Usan palabras de posición y responden con estas. 	4-5 años	21a BP
5 años- preescolar	<ul style="list-style-type: none"> • Nombran formas sin importar la orientación.* • Identifican formas como bidimensionales o tridimensionales.* • Reconocen formas en el entorno. 	5 años- preescolar 5 años- preescolar	21b BP 21b BP 21b BP	<ul style="list-style-type: none"> • Usan y hacen bocetos simples para ubicar objetos. • Usan correctamente palabras de posición para describir objetos. 	5 años- preescolar	21a P
Primero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Distinguen entre atributos definitorios y no definitorios.* 					
Segundo de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Reconocen y dibujan formas que tienen atributos especificados.* 			<ul style="list-style-type: none"> • Construyen mentalmente una matriz llena de cuadrados que se alinean en filas y columnas. 3 		
Tercero de primaria	<ul style="list-style-type: none"> • Entienden que las formas de diferentes categorías pueden compartir atributos.* • Reconocen rombos, rectángulos y cuadrados como cuadriláteros.* 			<ul style="list-style-type: none"> • Distinguen entre medidas lineales y de área. 		

Acotación: (a)*= Conforme a los CCSS; (b) 3 = tercer recurso de la lista en la página 10; (c) ELG = Pautas de Aprendizaje Temprano; (d) GOLD™ = *Teaching Strategies GOLD*® En la columna GOLD™, los números y letras minúsculas representan los objetivos y dimensiones en *Teaching Strategies GOLD*®. Las letras mayúsculas representan los grupos de color asociados en *Teaching Strategies GOLD*® (O=naranja, Y=amarillo, G=verde, B=azul, P=morado).

Itinerarios de aprendizaje de prácticas matemáticas

	Formas de incorporarlas en el aula:	Preguntas que podrían hacerse:
1. Dar sentido a los problemas y tener perseverancia para resolverlos.	<ul style="list-style-type: none"> • Dar a los estudiantes problemas que valga la pena resolver. • Permitir que los estudiantes desarrollen su propio plan para resolver un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué observan sobre...? • Díganme lo que ya han hecho. ¿Cuál sería un próximo paso adecuado? • ¿Hay otra forma de hacerlo?
2. Razonar de forma abstracta y cuantitativa.	<ul style="list-style-type: none"> • Esperar que los estudiantes modelen, interpreten y conecten múltiples representaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo decidieron qué hacer? • ¿Qué representan los números (u objetos o imágenes)? • Explíqueme su modelo.
3. Crear argumentos viables y criticar el razonamiento de otros.	<ul style="list-style-type: none"> • Crear un entorno seguro de manera que todos los estudiantes se sientan libres de expresar su opinión y criticar el razonamiento de otros. • Hacer que los estudiantes usen objetos o imágenes para justificar el razonamiento. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo saben? • ¿Qué es lo mismo? • ¿Qué es diferente? • ¿Aún funcionará si...?
4. Demostrar con matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> • Esperar que los estudiantes sean capaces de demostrar una situación. • Hacer que varios estudiantes muestren y expliquen sus modelos. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo pueden representar esto? • ¿Podrían usar estos (manipulativos, bloques o contadores) para representar la situación?
5. Usan herramientas adecuadas de forma estratégica.	<ul style="list-style-type: none"> • Usan tecnología y herramientas matemáticas (manipulativos, herramientas de medición o calculadoras) según corresponda. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es su estimación? • ¿Existe alguna herramienta que podría ayudarlos a resolver esto?
6. Prestar atención a la precisión.	<ul style="list-style-type: none"> • Usar lenguaje matemático preciso en el aula y esperar lo mismo de los estudiantes. • Pedir a los estudiantes que identifiquen las unidades usadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Su respuesta es razonable? • ¿Cómo saben? • Expliquen cómo su solución responde la pregunta.
7. Buscar una estructura y usarla.	<ul style="list-style-type: none"> • Motivar a los estudiantes a encontrar patrones numéricos en su trabajo. • Pedir a los estudiantes que busquen los componentes de un problema y que expliquen cada uno. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué observan? • ¿Distinguen algún patrones? • ¿Dónde han visto esto antes? • ¿Qué cosas ya saben que les ayudaría a resolver esto?
8. Buscar una regularidad explícita en el razonamiento continuo.	<ul style="list-style-type: none"> • Motivar a los estudiantes a generalizar patrones numéricos. • Pedir a los estudiantes que predigan respuestas. 	<ul style="list-style-type: none"> • ¿Siempre se cumple esto? • ¿Pueden encontrar una regla para esto? • ¿Qué solución predecirían? ¿Por qué?

Recursos

- Adaptado de: 1) *Washington State Early Learning and Development Guidelines: Birth through 3rd Grade 2012*, Departamento del Estado de Washington de Aprendizaje Temprano, Olympia, WA; señalado como ELG.
- 2) *Teaching Strategies GOLD[®] Objectives for Development & Learning: Birth Through Kindergarten*. (2010). Teaching Strategies, LLC, Bethesda, MD; señalado como GOLD[™]. Usado con el permiso de Teaching Strategies, LLC. Queda estrictamente prohibido su uso sin autorización previa por escrito.
- 3) *Learning and Teaching Early Math: The Learning Trajectories Approach* (2nd ed.)(2014), Douglas Clements and Julie Sarama, Routledge, New York, NY; señalado con un subíndice.
- 4) *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children* (2009), Julie Sarama and Douglas Clements, Routledge, New York, NY.
- 5) *Mathematics Learning in Early Childhood: Paths toward Excellence and Equity* (2009), National Research Council, The National Academies Press, Washington, DC.
- 6) *First Steps in Mathematics: Measurement* (2007), Departamento de Educación y Capacitación de Australia Occidental.
- 7) *Curriculum Focal Points for Prekindergarten* (2010), NCTM, Reston, VA.
- 8) *Common Core State Standards for Mathematics, Grades K-3*, (2009), Chief State School Officers y National Governors Association Center for Best Practices; señalado con asteriscos.
- 9) *Implementing Standards for Mathematical Practices*, Institute for Advanced Study/ Park City Mathematics Institute/Creado por Learning Services y modificado por Melisa Hancock 2013.
- 10) Documentos sobre el avance de los Estándares Básicos Comunes, <http://ime.math.arizona.edu/progressions/>.